

Liceo Scientifico “A. Vallisneri”

Programma svolto di Matematica

Classe 2E, Liceo Scientifico - A.S. 2022-2023

Prof. Alessio Del Vigna

Frazioni algebriche

- (i) Definizione di frazione algebrica e parallelismo con l'insieme \mathbb{Q} . Campo di esistenza di una frazione algebrica.
- (ii) Operazioni con le frazioni algebriche: somma, moltiplicazione, divisione, potenza. Espressioni con le frazioni algebriche e loro campo di esistenza.

Equazioni e disequazioni I

- (i) Equazioni letterali di primo grado a coefficienti interi o frazionari e relativa discussione dell'esistenza di soluzioni.
- (ii) Equazioni fratte. Equazioni letterali fratte e relativa discussione dell'esistenza di soluzioni.
- (iii) Disequazioni letterali di primo grado a coefficienti interi o frazionari e relativa discussione dell'esistenza di soluzioni.
- (iv) Disequazioni fratte e disequazioni prodotto. Sistemi di disequazioni.

Radicali

- (i) Definizione di radice n -esima di un numero reale e teorema di esistenza e unicità delle radici n -esime (senza dimostrazione).
- (ii) Teorema di semplificazione di un radicale (con dimostrazione). Proprietà del valore assoluto e disuguaglianza triangolare (con dimostrazione). Trasporto di un fattore da dentro a fuori una radice e viceversa.
- (iii) Teorema sulle operazioni tra radicali: prodotto, quoziente, potenza e radice di radice (con dimostrazione).
- (iv) Espressioni che contengono radicali. Razionalizzazioni. Equazioni e disequazioni a coefficienti che contengono radicali.
- (v) Definizione e proprietà delle potenze con esponente razionale.

Sistemi di equazioni

- (i) Equazioni in due o più variabili e loro soluzioni. Sistemi di equazioni come congiunzione logica di più equazioni. Grado di un sistema.
- (ii) Sistemi di equazioni di primo grado: risoluzione per sostituzione, risoluzione per riduzione. Sistemi di equazioni fratti. Sistemi di equazioni di grado superiore al secondo (esempi che conducono ad equazioni polinomiali di tipo noto).
- (iii) Problemi che hanno come modello un sistema di equazioni.

La retta nel piano cartesiano

- (i) Introduzione al piano cartesiano: corrispondenza uno a uno dei punti del piano con le coppie ordinate di numeri reali, coordinate di un punto, distanza fra due punti (con dimostrazione), punto medio di un segmento di estremi noti (con dimostrazione).
- (ii) Classificazione di tutte le relazioni di primo grado sull'insieme \mathbb{R} , ossia quelle della forma $ax + by + c = 0$ con a e b non entrambi nulli (con dimostrazione). Studio del loro grafico mediante il linguaggio dei vettori (con dimostrazione) e deduzione che tali relazioni sono funzioni se e solo se $b \neq 0$.
- (iii) La funzione lineare $f(x) = mx + q$. Significato del coefficiente angolare: segno del coefficiente angolare e inclinazione della retta (con dimostrazione), legame tra coefficiente angolare e angolo che la retta forma con il semiasse positivo delle ascisse (con dimostrazione), coefficiente angolare della retta per due punti non allineati verticalmente (con dimostrazione). Criterio di parallelismo e perpendicolarità (con dimostrazione). Equazione del fascio di rette per un punto (con dimostrazione). Distanza di un punto da una retta (senza dimostrazione).
- (iv) Luoghi geometrici sul piano cartesiano: asse di un segmento, bisettrici degli angoli individuati da due rette incidenti, circonferenza di cui sono noti il centro e il raggio.

Equazioni di secondo grado

- (i) Teorema di esistenza delle soluzioni e formula risolutiva (con dimostrazione).
- (ii) Trinomio di secondo grado: relazione fra somma/prodotto della radici e coefficienti del trinomio (con dimostrazione); teorema di scomposizione (con dimostrazione). Cenni al Teorema di Viète per la relazione tra i coefficienti di un polinomio e le sue radici.
- (iii) Analisi di una famiglia di equazioni di secondo grado dipendente da uno o due parametri.

La parabola nel piano cartesiano

- (i) La parabola in geometria sintetica: definizione come luogo geometrico, simmetria rispetto alla retta per il fuoco e perpendicolare alla direttrice (con dimostrazione).

- (ii) La parabola nel piano cartesiano: ogni parabola con asse verticale ha equazione della forma $y = ax^2 + bx + c$ con $a \neq 0$, e viceversa (con dimostrazione); ascissa del vertice (con dimostrazione); coordinate del fuoco e equazione della direttrice in funzione di a , b e c (con dimostrazione); legame tra il segno di a e la convessità della parabola (con dimostrazione).

Equazioni e disequazioni II

- (i) Equazioni di grado superiore al secondo: non esistenza di formule risolutive per radicali per equazioni di grado > 5 ; risoluzione di equazioni polinomiali per fattorizzazione; equazioni binomie e trinomie.
- (ii) Disequazioni di secondo grado: metodo della parabola. Disequazioni di grado superiore al secondo risolubili per fattorizzazione. Disequazioni fratte.
- (iii) Molteplicità di una radice di un polinomio e suo legame con il segno del polinomio. Discussione dell'esistenza e del numero di soluzioni (contate con molteplicità) di una famiglia di equazioni polinomiali.

Geometria euclidea

- (i) Quadrilateri: definizione e somma degli angoli interni di un quadrilatero (con dimostrazione). Trapezi: definizione di trapezio e proprietà del trapezio isoscele (con dimostrazione). Parallelogrammi: definizione di parallelogramma, rettangolo, rombo, quadrato e loro proprietà (con dimostrazione).
- (ii) Piccolo teorema di Talete e suo corollario (con dimostrazione), teorema dei punti medi (con dimostrazione).
- (iii) Asse di un segmento e bisettrice di un angolo: definizione e caratterizzazione come luoghi geometrici (con dimostrazione).
- (iv) Circonferenza: definizione, esistenza e unicità della circonferenza che passa per tre punti non allineati (con dimostrazione). Corde: definizione, corde di lunghezza massima, proprietà dell'asse di una corda (con dimostrazione), proprietà delle corde rispetto alla loro distanza dal centro (con dimostrazione solo del caso di corde con uguale distanza). Archi e angoli al centro: definizione e proprietà rispetto alla corda sottesa da un arco. Possibile posizione reciproca di una retta e di una circonferenza: definizione di retta esterna, tangente e secante, non esistenza di altre posizioni reciproche (con dimostrazione), caratterizzazione delle tre posizioni in funzione della distanza della retta dal centro della circonferenza (con dimostrazione). Angoli alla circonferenza: relazione con gli angoli al centro (con dimostrazione) e corollari (con dimostrazione).
- (v) Luoghi geometrici: caratterizzazione di alcuni luoghi geometrici mediante dimostrazioni per doppia inclusione insiemistica.

- (vi) Poligoni inscritti in e poligoni circoscritti ad una circonferenza: definizione e criteri generali (con dimostrazione). Inscrivibilità e circoscrivibilità di triangoli e quadrilateri (con dimostrazione). Poligoni regolari: inscrivibilità e circoscrivibilità (senza dimostrazione), definizione di apotema e sua relazione con il lato del poligono (con dimostrazione).
- (vii) Equivalenza di figure piane e equiscomponibilità: definizioni principali e derivazione delle formule di calcolo dell'area di un parallelogramma, di un triangolo e di un rombo come conseguenza del teorema che permette di calcolare l'area di un rettangolo note le lunghezze dei suoi lati (con dimostrazione). Equivalenza tra un poligono di n lati (con $n \geq 4$) e un poligono di $n - 1$ lati opportunamente costruito.
- (viii) Teorema di Pitagora (con dimostrazione) e teoremi di Euclide (con dimostrazione). Applicazione dei teoremi per la risoluzione di problemi geometrici di varia natura.
- (ix) Teorema di Talete (senza dimostrazione), suoi corollari (con dimostrazione), teorema della bisettrice (con dimostrazione). Similitudine: definizione di triangoli simili, criteri di similitudine (senza dimostrazione), rapporto tra i perimetri di due triangoli simili (con dimostrazione), rapporto tra le aree di due triangoli simili (con dimostrazione). Applicazione dei teoremi per la risoluzione di problemi geometrici di varia natura.