

# Liceo Scientifico "A.Vallisneri" - Lucca

## PROGRAMMA SVOLTO DI MATEMATICA

Anno scolastico: 2023/2024  
Classe: 1SC (Scientifico opz. Scienze Applicate curv. Biomedica)  
Insegnante: Roberto Gallerini  
Testi utilizzati: L. Sasso, C. Zanone: Colori della Matematica - Edizione Blu - Volume 1

### I numeri

Richiamo agli insiemi numerici  $N$ ,  $Z$ ,  $Q$ .

L'insieme  $N$  dei numeri naturali: rappresentazione, ordinamento, intervalli; somma e sue proprietà; prodotto e sue proprietà; elementi neutri. Operazioni inverse (sottrazione e divisione). Le potenze in  $N$ . Proprietà delle potenze con la stessa base. Potenze di prodotti/quotienti. Espressioni in  $N$ ; regole di priorità. Scomposizione in fattori primi; teorema fondamentale dell'aritmetica; mcm e MCD.

L'insieme  $Z$  dei numeri interi: ordinamento, valore assoluto, opposto. Somma e differenza; somma algebrica; regola dei segni del prodotto (con giustificazione). Potenze in  $Z$ . Espressioni in  $Z$ .

Frazioni: proprietà invariantiva, principio di equivalenza. Confronto tra frazioni; denominatore comune. Le quattro operazioni con le frazioni. Potenze di frazioni; espressioni.

L'insieme  $Q$  dei numeri razionali. Potenze con esponente negativo. Potenze con esponente negativo. Riesame dei concetti di reciproco ed opposto. Espressioni razionali. Rappresentazione decimale dei numeri razionali; numeri periodici. Proporzioni e percentuali. Problemi con percentuali.

Irrazionalità di radice di 2; i numeri irrazionali. L'insieme  $R$  dei numeri reali; la retta orientata come rappresentazione di  $R$ .

### Gli insiemi

Introduzione agli insiemi: insieme, elemento, appartenenza, rappresentazione di insiemi come lista, per proprietà, con diagrammi di Venn. Insieme vuoto. Sottoinsiemi; insieme universo. Relazione di inclusione tra gli insiemi  $N$ ,  $Z$ ,  $Q$ ,  $R$ . Massimo/minimo ed estremo superiore/inferiore di un intervallo in  $Q$ . Unione, intersezione, differenza di insiemi.

Insieme complementare. Partizioni di un insieme.

Proprietà delle operazioni su insiemi: idempotenza, commutativa, associativa, distributiva, assorbimento, DeMorgan.

Prodotto cartesiano. Problemi con l'uso di insiemi e prodotto cartesiano.

### La logica matematica

La logica matematica: proposizioni; operazioni e tabelle di verità (coniunzione, disgiunzione, negazione, implicazione).

Relazione con gli insiemi. Esercizi sulle tabelle di verità. La doppia implicazione; condizioni necessarie e sufficienti.

Leggi di De Morgan per la logica. Enunciati aperti (predicati). Quantificatore universale ed esistenziale. Negazione di enunciati con quantificatori. Esercizi tratti dai test di logica per ammissione all'università. Tautologie; esempi. Regole di deduzione.

### Le relazioni

Le relazioni: definizione, esempi. Rappresentazione delle relazioni: elenco, diagramma a frecce (o grafo se gli insiemi coincidono), tabella a due entrate. Dominio ed immagine di una relazione. Proprietà delle relazioni: riflessiva e simmetrica; cenni ad antiriflessiva ed antisimmetrica. Proprietà transitiva delle relazioni; relazioni di equivalenza e classi di equivalenza. Esempi vari, in particolare: i numeri razionali come classi di equivalenza delle frazioni, le direzioni come classi di equivalenza delle rette parallele.

### Geometria: il piano euclideo

Introduzione alla geometria: metodo induttivo vs metodo deduttivo; assiomi; concetti primitivi. Assiomi di appartenenza. Assiomi d'ordine della retta. Proprietà che ne discendono: la retta è infinita ed illimitata; per un punto passano infinite rette (fascio proprio). Definizioni: figura geometrica, semiretta, segmento. Segmenti consecutivi ed adiacenti. Poligonale. Poligonale chiusa/aperta, intrecciata/non intrecciata. Figure convesse.

L'assioma di partizione del piano. Definizione di semipiano. Definizione di angolo; angoli concavi e convessi; angoli come intersezione o unione di semipiani. Angoli piatto, giro, nullo. Angoli consecutivi, adiacenti, opposti al vertice.

Assioma di partizione del piano con una poligonale chiusa. Definizione di poligono; esempi e controesempi. Definizioni varie (diagonale, angolo esterno, angolo interno). Esercizi su enunciati e teoremi.

### Algebra: monomi e polinomi

Espressioni algebriche: variabili e costanti. Monomi: definizione, forma normale, grado. Monomi simili.

Somma e differenza di monomi. Prodotto e potenza. Espressioni con somme, prodotti e potenze di monomi. Divisione tra monomi; divisibilità. MCD e mcm di monomi.

I polinomi: definizione, forma normale, grado, polinomi omogenei. Somma e sottrazione di polinomi. Prodotto di un monomio per un polinomio; prodotto di due polinomi. Espressioni con polinomi.

Prodotti notevoli: somma per differenza, quadrato di binomio, quadrato di trinomio, cubo di binomio. Triangolo di Tartaglia. Esercizi sull'uso di polinomi per risolvere problemi e dimostrare.

### **Geometria: la congruenza ed i triangoli**

La congruenza: concetto intuitivo; i primi tre assiomi della congruenza. Definizione di poligono regolare e di circonferenza. Trasporto di un segmento con compasso. Segmenti: confronto, operazioni (somma, differenza, multiplo, sottomultiplo), assioma 4. Definizione di punto medio. Angoli: confronto, operazioni (somma, differenza, multiplo, sottomultiplo), assioma 5. Definizione di bisettrice. Angoli notevoli. Teoremi degli angoli complementari, supplementari ed opposti al vertice (con dimostrazione). Esercizi sulle dimostrazioni geometriche. Misura di segmenti; misura di angoli. Triangoli: convenzioni di scrittura, nomenclatura. Mediana, bisettrice ed altezza di un triangolo. Primo criterio di congruenza dei triangoli (LAL). Secondo criterio di congruenza (ALA); le dimostrazioni per assurdo; dimostrazione del secondo criterio. Teorema del triangolo isoscele; teorema delle proprietà del triangolo isoscele. Teorema inverso del triangolo isoscele (con dim). Terzo criterio di congruenza dei triangoli (LLL) (con dim.). Teorema dell'angolo esterno (dim.) e sue conseguenze. Teorema sulla relazione tra lati ed angoli opposti di un triangolo.

Disuguaglianza triangolare (dim.) Costruzione geometrica del punto medio di un segmento e della bisettrice di un angolo.

### **Algebra: equazioni di primo grado**

Equazioni: definizione, generalità. Equazioni equivalenti, Primo principio di equivalenza; regola del trasporto e regola della cancellazione. Secondo principio di equivalenza. Equazioni con coefficienti razionali; equazioni impossibili ed indeterminate. Problemi di primo grado; problemi con percentuali.

### **Funzioni**

Funzioni: definizione ed esempi. Dominio e codominio; immagine e controimmagine. Funzioni biunivoche. Funzioni reali di variabile reali; funzioni polinomiali e fratte; dominio; esempi. Grafico di una funzione nel piano cartesiano. Lettura di grafici di funzioni reali e deduzione delle proprietà (biunivocità, dominio). Funzioni: proporzionalità diretta, inversa, quadratica cubica; dipendenza lineare; principali proprietà (biunivocità, dominio, codominio). Funzione inversa e funzione composta.

### **Geometria: rette perpendicolari e parallele**

Rette perpendicolari; esistenza (dim) ed unicità della perpendicolare. Asse di un segmento; proiezione ortogonale; distanza di un punto da una retta.

Rette parallele: teorema delle rette perpendicolari ad una stessa retta (DIM). Assioma delle parallele. Parallelismo come relazione di equivalenza. Angoli formati da due rette tagliate da una trasversale: nomenclatura.

Criteri di parallelismo tra due rette (DIM solo caso angoli alterni interni); teorema inverso dei criteri di parallelismo; secondo teorema dell'angolo esterno (DIM); somma degli angoli interni di un triangolo (DIM).

Conseguenze del teorema sulla somma degli angoli interni di un triangolo: triangoli rettangoli, triangoli equilateri. Generalizzazione del criterio di congruenza ALA. Distanza tra rette parallele. Somma degli angoli interni ed esterni di un poligono convesso. Congruenza dei triangoli rettangoli; teorema sulla mediana relativa all'ipotenusa di un triangolo rettangolo.

### **Statistica (Educazione civica)**

Introduzione alla statistica; definizioni preliminari. Distribuzioni di frequenza assoluta e relativa. Indicatori di tendenza centrale: moda, mediana, media. La media ponderata. Esempi e significato degli indicatori. Gli indici di dispersione: deviazione standard, varianza. Rappresentazioni grafiche delle ddf. La statistica inferenziale; rappresentatività del campione; i sondaggi. Lettura di dati Istat.

### **Algebra: divisione e scomposizione di polinomi**

Divisione tra polinomi: definizione. Procedimento di divisione tra polinomi. Divisione con la regola di Ruffini.

Teorema del resto e teorema di Ruffini. Divisibilità.

Introduzione alla scomposizione dei polinomi; polinomi irriducibili. Raccoglimento totale e parziale. Scomposizione mediante prodotti notevoli: differenza di quadrati, quadrato di binomio, cubo di binomio, quadrato di trinomio, somma e differenza di due cubi. Scomposizione con trinomio particolare, monico e non. Scomposizione mediante teorema e regola di Ruffini. M.C.D. e m.c.m. di polinomi.